

## [ 火星会合周期の計算 ]

太陽を中心としてその周りを回る2つの惑星を考えると、一定周期で太陽と2つの惑星が一直線に並びますが、これを会合周期と言います。火星はおよそ2年2ヶ月毎に地球に接近しますが、これが地球と火星の会合周期です。では、この「2年2ヶ月」はどのように計算されるのでしょうか。これは惑星が太陽を一周するのに要する時間「公転周期」から求める事が出来ます。

さて、太陽系の惑星はケプラーの3つ法則に従って運動しています。

- 第1法則 : 惑星は太陽を1つの焦点とする楕円軌道を描く。
- 第2法則 : 惑星と太陽とを結ぶ線分が単位時間に描く面積は一定である。
- 第3法則 : 惑星の公転周期  $T$  の2乗は、楕円軌道の半長軸  $a$  の3乗に比例する。

上記の第2法則から、太陽に近い惑星程速く太陽を一周する事が分かります。地球と火星では、地球の方が火星よりも太陽に近いので、速く一周する事になります。地球と火星の公転周期は以下の通りです。

	公転周期
地球	1.000040年
火星	1.880866年

(注) ここでは、4年に1回のうるう年を考慮し、1年を365.25日としています

まずは地球と火星が太陽を一周する速度を考えてみます。速度を表すのに通常は時速何Kmなどと表しますが、これは1時間に何Km進むかと言う事です。しかしここでは、「進む距離」ではなく、太陽を中心として回転する角度でその速度を表してみます。地球の場合は1.000040年で太陽の周りを1周・・・つまり360度回りますので、1年では

$$\frac{360\text{度}}{1.000040\text{年}} \text{度 だけ回る事になります。} \quad \leftarrow \text{① 地球が太陽を1周する年数}$$

同じように、火星は1.880866年で太陽を一周しますので、1年では

$$\frac{360\text{度}}{1.880866\text{年}} \text{度 だけ回る事になります。} \quad \leftarrow \text{② 火星が太陽を1周する年数}$$

さて、ここである工夫をします。

それは、両方が動いていると考えにくいので、仮にどちらかを止まっているものと考えます。

例えば時速100Kmと時速80Kmで同じ方向へ走っている2台の自動車があるとします。

時速80Kmの車に乗っている人から見れば、時速100Kmの車は  $(100-80) = \text{時速}20\text{Km}$  で走っている様に見えるはずで

つまり時速80Kmの車を止まっていると考えると時速100Kmの車は時速20Kmで走っていると考える事が出来ます。

これと同じ考え方を地球と火星の公転に当てはめます。

上の車の例の様に、通常は遅い方を止まっていると考えますので、遅い方の火星が止まっているものとして、火星からみて地球は、下記の速度で太陽の周りを回っている様に見えます。

$$\frac{360\text{度}}{1.000040\text{年}} - \frac{360\text{度}}{1.880866\text{年}} \quad \leftarrow (① - ②)$$

では、「太陽-地球-火星」が一直線に並んでいるところからスタートして、地球がこの速度で太陽の周りを回って来て、また火星と並ぶには何年かかるでしょうか。

火星は動かないものと考えますので、地球が太陽を1周・・・つまり360度回ればまた火星と並ぶ事になります。ですからそれは次の式で計算出来ます。

$$\begin{aligned}
 & \frac{360\text{度}}{1.000040\text{年}} - \frac{360\text{度}}{1.880866\text{年}} && \leftarrow \text{火星が止まっているものと考えた時、地球が太陽を一周する年数} \\
 = & \frac{1.000040\text{年} \times 1.880866\text{年}}{1.880866\text{年} - 1.000040\text{年}} \\
 = & 2.1354 \text{ 年} \\
 = & 2\text{年}1.6\text{ヶ月} \quad \boxed{\text{約}2\text{年}2\text{ヶ月}} \quad \leftarrow \text{火星の会合周期}
 \end{aligned}$$

いかがでしょうか。少し細かい計算になりますが、電卓で計算してみてください。

この計算の考え方のポイントは二つです。

- 一つ目 : 地球と火星の速度を太陽を周る角度で表わす。(これを角速度と言います)
- 二つ目 : 遅い方(火星)を止まっているものと考えて計算する。(これを相対速度と言います)

どちらも高校の物理で習う事なので、ちょっと難しかったですね。